概率论和数理统计回忆卷

一、填空题（共33分，每空3分）

1、已知$P(A)=P(B)=p$，$P(B|A)=P(\overline{B}|\overline{A})=1$，求$P(AB)$

2、在平面内$|x|<y<2$的范围内随机取一点，求$P(2X>Y)$，写出$Y=1.5$时X的条件分布（写具体参数）

3、总体X服从参数为λ的泊松分布，从总体中得简单随机样本X_1,X_2,X_3，求参数λ的矩法估计量，并计算其均方误差

4、有一二维正态变量$(X,Y)\sim N(\mu_1,\mu_2,1,4,\rho)$，取20个简单随机样本$(X_i,Y_i)$，得到$\overline{X},\overline{Y}$：

(i)当$\rho=0$时，$a\frac{\sum_{i=1}^{20}(X_i-\overline{X})}{\sum_{i=1}^{20}(Y_i-\mu_2)}\sim F(n_1,n_2)$，求$(a,n_1,n_2)$；在0.95的置信水平下估计$\mu_1-\mu_2$的双侧等尾置信区间；$H_0:\mu_1=\mu_2,H_1:\mu_1\neq\mu_2$，写出拒绝域；若$\mu_1=1,\mu_2=0.75$，求犯第二类错误的概率（可以用$\Phi(\cdot)$表示）

(ii)若$\mu_1=\mu_2$，当$\rho=-\frac{1}{4}$时，求$P(X_i<Y_i+1)$；求$\frac{1}{300}\sum_{i=1}^{300}(X_i-Y_i)^2$近似服从于什么分布（要求给出具体参数）

5、$X\sim B(2,\frac{1}{2}),Y\sim N(2,\frac{1}{2})$，问$Z=XY$的分布函数有几个间断点

二、给出X，Y的联合分布律如下：

X\Y	0	1
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0
0	0	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0

（1）求X的边际分布律；

（2）问X、Y是否相关？是否独立？给出理由；

（3）若$M=max(X,Y),N=min(X,Y)$，在$N=0$的条件下，求M的条件分布函数；

（4）求X与Y的联合分布函数。

三、已知

$$f(x,y)=\begin{cases}2-x-y,0<x<1,0<y<1\\0,otherwise\end{cases}$$

（1）求$P(X>2Y)$；

（2）求条件概率密度函数$f_{Y|X}(y|x)$，以此求$P(\frac{1}{2}<Y<\frac{4}{3}|X=\frac{1}{2})$；

（3）求$Z=X+Y$的概率密度函数；

（4）求X与Z的协方差。

四、有总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，给出一组样本（10个数），自己计算得到均值为227，样本方差是28

（1）求μ^2的矩法估计量，并证明其是否为μ^2的相合估计量；

（2）μ未知，求σ^2在置信度为0.95下的双侧置信区间；

（3）$H_0:\mu=225,H_1:\mu>225$，作假设检验，问拒绝还是接受原假设。

五、甲乙厂的产品寿命均服从指数分布（单位：年），参数分别为0.8和λ，任取一产品，来自甲、乙厂的概率分别是0.6、0.4。

（1）已知甲厂一产品正常工作了0.5年，求其工作时长大于1年的概率；

（2）任取一产品，求其寿命大于1年的概率；已知任取的一产品寿命大于1年，求该产品来自乙厂的概率；

（3）从乙厂中取10个产品，求其寿命均大于1的概率；

（4）从乙厂中取了10个产品、其中6个寿命大于 1年，4个寿命小于1年，据此求λ的极大似然估计值。